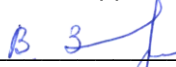


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических  
методов гидродинамики

 (В.Г. Звягин)  
*подпись, расшифровка подписи*  
01.07.2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.13 Методы нелинейного анализа в задачах гидродинамики

- 1. Код и наименование направления подготовки:**  
01.04.01 Математика
- 2. Профиль подготовки:** Математические модели гидродинамики
- 3. Квалификация выпускника:** Магистр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики
- 6. Составители программы:** профессор, д.ф.-м.н. Гликлих Юрий Евгеньевич
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 29.06.2021 г.
- 8. Учебный год:** 2021-2022      **Семестр(ы):** 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории групп диффеоморфизмов;
- выработка навыков исследования уравнений идеальных и вязких жидкостей на группах диффеоморфизмов;

Задачи учебной дисциплины:

- изучение основных фактов математической гидродинамики на группах диффеоморфизмов;
- овладение методами, позволяющими осуществлять качественное исследование решений моделей гидродинамики.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Методы нелинейного анализа в задачах уравнений гидродинамики» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

Для её успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Введение в общую теорию математических моделей неньютоновых сред», «Введение в стохастический анализ», «Топологические методы нелинейного анализа».

Студент должен свободно владеть общей теорией математических моделей, топологическими методами нелинейного анализа, обладать знаниями теории производных в среднем.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1	Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и(или) естественных наук	Знать: концептуальные основы методов решения задач в предметной области; основные методы доказательства математических утверждений Уметь: формулировать постановки основных задач математической физики, в том числе на группах Соболевских диффеоморфизмов, знать основные теоремы вложений; формулировать и доказывать теоремы существования, единственности, корректной постановки задач Владеть: теоретическими подходами к созданию математических моделей в области гидродинамики; навыками работы в информационных современных системах
		ОПК-1.2	Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области математических моделей гидродинамики, общие формы закономерности теории групп диффеоморфизмов Уметь: работать в информационных современных системах, с зарубежной и отечественной литературой в предметной области, интерпретировать полученные материалы Владеть: источниками информации, теоретическими подходами к исследованию уравнений жидкостей на группах

		ОПК-1.3	Применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач	Знать: методы исследования задач в области гидродинамики Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: Методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в предметной области
ОПК-2	Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1	Владеет навыками создания и исследования новых математических	Знать: методы создания и исследования, закономерности в области гидродинамического моделирования Уметь: работать с различными источниками научной информации, проводить исследования в области гидродинамики Владеть: навыками создания и исследования математических моделей гидродинамики неньютоновых сред
		ОПК-2.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности	Знать: методы их использования для дальнейших исследований в профессиональной деятельности Уметь: использовать свойства решений новых созданных моделей в профессиональной деятельности Владеть: Методами использования новых полученных результатов в профессиональной деятельности
		ОПК-2.3	Имеет практический опыт создания и исследования подобных математических моделей и разработки теорий и методов для их описания	Знать: методы анализа математических моделей гидродинамики Уметь: применять и разрабатывать методы и теории анализа математических моделей гидродинамики Владеть: навыками исследования сложных математических моделей

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) — 4/144**

**Форма промежуточной аттестации - экзамен**

### 13. Трудоёмкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоёмкость	
	Всего	По семестрам
Аудиторные занятия	42	42
в том числе:		
лекции	28	28
практические	14	14
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	66	66
Контроль	36	36
Итого:	144	144

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *

<b>1. Лекции</b>			
1.1	Группы Соболевских диффеоморфизмов	Пространства Соболева. Описание многообразий отображений	
1.2	Геометрия групп диффеоморфизмов	Группа $H^s$ -диффеоморфизмов многообразия с краем. Гладкие операторы и расслоения. Римановы метрики и связности на группе диффеоморфизмов. Группа диффеоморфизмов, сохраняющих объём. Группы диффеоморфизмов плоского тора	
1.3	Уравнения идеальных жидкостей на группах диффеоморфизмов	Лагранжев формализм гидродинамики баротропной жидкости. Пылевидная материя. Баротропная идеальная жидкость. Лагранжевы гидродинамические системы идеальной несжимаемой жидкости.	
1.4	Понятие производной в средней случайных процессов	Производные в среднем. Общие определения и результаты	
1.5	Производная в среднем на группах диффеоморфизмов	Производные в среднем на группах диффеоморфизмов. Общий случай. Случай плоского тора.	
1.6	Уравнения вязких жидкостей на группах диффеоморфизмов	Вязкая гидродинамики. Предварительные сведения. Описание вязкой гидродинамики	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Группы Соболевских диффеоморфизмов	Вывод основного уравнения движения среды. Вывод условий неразрывности и не сжимаемости среды	
2.2	Геометрия групп диффеоморфизмов	Основные функциональные пространства. Основные теоремы вложения функциональных пространств	
2.3	Уравнения идеальных жидкостей на группах диффеоморфизмов	Метод механических моделей. Структурная модель тела. Свойства материалов, описываемых реологическим соотношением.	
2.4	Понятие производной в средней случайных процессов	Различные математические модели, описывающие движение жидкостей с памятью. Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	
2.5	Производная в среднем на группах диффеоморфизмов	Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	
2.6	Уравнения вязких жидкостей на группах диффеоморфизмов	Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Группы Соболевских диффеоморфизмов	4	2	-	11	16
2	Геометрия групп диффеоморфизмов	6	2	-	11	19
3	Уравнения идеальных жидкостей на группах диффеоморфизмов	5	3	-	11	29
4	Понятие производной в средней случайных процессов	4	2	-	11	17
5	Производная в среднем на группах диффеоморфизмов	4	2	-	11	17
6	Уравнения вязких жидкостей на группах диффеоморфизмов	5	3	-	11	19
	Контроль					36
	Итого:	28	14	-	66	144

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Методы нелинейного анализа в задачах гидродинамики» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937).

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Гликлик Ю.Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. Издание второе, переработанное / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2009.- 132 с.
2	Гликлик Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлик.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с. . <a href="http://catalog-knig.ru/item/1353">http://catalog-knig.ru/item/1353</a>
3	Гликлик Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с.
4	Gliklikh Yu. E. Global and stochastic analysis with applications to mathematical physics / Yu.E. Gliklikh.- London: Springer-Verlag,2011.- 460 p.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Стинрод Н. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов / Н. Стинрод, У. Чинн; Пер. с англ. И. А. Вайнштейна.—Новокузнецк: Новокузнецк. физ.-мат. ин-т, 2000.—223 с.
6	Новиков С. П. Топология / С.П. Новиков.—2-е изд., испр. и доп.—М.;Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002.—335 с.
7	Фоменко А.Т. Наглядная геометрия и топология / Фоменко А.Т. —Москва, Московский университет.- 1992,- 240с.
8	Гликлик Ю.Е. О понятиях топологического пространства и непрерывного отображения. /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 2000.- Т. 6.- № 11.- С. 116-121.
9	Погорелов А. В.. Дифференциальная геометрия: Учеб. для студ. мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов./ А.В. Погорелов.—6-е изд., стер.—М.: Наука, 1974.—176 с.
10	Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия: Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников.—М.: "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979.—311 с.
11	Гильберт , Д.. Наглядная геометрия / Д. Гильберт , С. Кон-Фоссен; Пер. с нем. С.А. Каменецкого.—4-е изд., стер.—М.: Едиториал УРСС, 2004.—344с.
12	Сборник задач по дифференциальной геометрии /под ред. А.С. Феденко.- М.: Наука, 1979.- 272 с.
13	Прасолов В.В. Эллиптические функции и алгебраические уравнения./ В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев. — Москва, "Факториал",1997, —288с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
14	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - Электронный каталог ЗНБ ВГУ
15	<a href="https://lanbook.lib.vsu.ru">https://lanbook.lib.vsu.ru</a> - Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
16	<a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> – Сайт факультета

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Гликлик Ю.Е. Геометрия многообразий, мотивированная математической физикой. Издание второе, переработанное / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2009.- 132 с.
2	Гликлик Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлик.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с. . <a href="http://catalog-knig.ru/item/1353">http://catalog-knig.ru/item/1353</a>
3	Гликлик Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликлик.- Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с.
4	Gliklikh Yu. E. Global and stochastic analysis with applications to mathematical physics / Yu.E. Gliklikh.- London: Springer-Verlag,2011.- 460 p.
5	Стинрод Н. Первые понятия топологии: Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов / Н. Стинрод, У. Чинн; Пер. с англ. И. А. Вайнштейна.—Новокузнецк: Новокузнецк. физ.-мат. ин-т, 2000.—223 с.
6	Новиков С. П. Топология / С.П. Новиков.—2-е изд., испр. и доп.—М.;Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002.—335 с.
7	Фоменко А.Т. Наглядная геометрия и топология / Фоменко А.Т. —Москва, Московский университет.- 1992,- 240с.
8	Гликлик Ю.Е. О понятиях топологического пространства и непрерывного отображения. /Ю.Е. Гликлик // Соросовский образовательный журнал.- 2000.- Т. 6.- № 11.- С. 116-121.
9	Погорелов А. В.. Дифференциальная геометрия: Учеб. для студ. мат. спец. ун-тов и пед. ин-тов./ А.В. Погорелов.—6-е изд., стер.—М.: Наука, 1974.—176 с.
10	Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия: Учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Математика" / М.М. Постников.—М.: "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979.—311 с.
11	Гильберт , Д.. Наглядная геометрия / Д. Гильберт , С. Кон-Фоссен; Пер. с нем. С.А. Каменецкого.—4-е изд., стер.—М.: Едиториал УРСС, 2004.—344с.
12	Сборник задач по дифференциальной геометрии /под ред. А.С. Феденко.- М.: Наука, 1979.- 272 с.
13	Прасолов В.В. Эллиптические функции и алгебраические уравнения./ В.В.Прасолов, Ю.П.Соловьев. — Москва, "Факториал",1997, —288с.
14	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - Электронный каталог ЗНБ ВГУ
15	<a href="https://lanbook.lib.vsu.ru">https://lanbook.lib.vsu.ru</a> - Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
16	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

*(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)*

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

## 19. Фонд оценочных средств:

### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Группы Соболевских диффеоморфизмов	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Геометрия групп диффеоморфизмов	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-2.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
3	Уравнения идеальных жидкостей на группах диффеоморфизмов	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-2.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
4	Понятие производной в средней случайных процессов	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
5	Производная в среднем на группах диффеоморфизмов	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3 ОПК-2.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
6	Уравнения вязких жидкостей на группах диффеоморфизмов	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3 ОПК-2.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен		Перечень вопросов к экзамену		

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

#### По теме 1. Группы Соболевских диффеоморфизмов

Гликлик Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлик.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с.

Задание:

1. Доказать теорему о следах в пространствах Соболева.

#### По теме 2. Геометрия групп диффеоморфизмов

Гликлик Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлик.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с.

Задание:

1. Дать определение группы Соболевских диффеоморфизмов.

#### По теме 3 Уравнения идеальных жидкостей на группах диффеоморфизмов

Гликлик Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлик.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с.

Задание:

Вывести уравнений Эйлера движения идеальной несжимаемой жидкости из Лагранжевого уравнения

#### По теме 4. Понятие производной в средней случайных процессов

Гликлих Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлих.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с.

Задания:

1. Дать определение всех производных в среднем случайных процессов

По теме 5. Производная в среднем на группах диффеоморфизмов

Гликлих Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлих.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с.

Задание:

1. Показать, что стандартные определения выполняются на группах диффеоморфизмов

По теме 6. Уравнения вязких жидкостей на группах диффеоморфизмов

Гликлих Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлих.- М.: Комкнига, 2011.- 416 с.

Задание:

1. Вывести уравнение Навье-Стокса из уравнения производной в среднем слева на группах диффеоморфизмов

### **Примерный перечень задач для контрольной работы №1:**

#### **Контрольно-измерительный материал № 1.**

1. Плоский n-мерный тор.

2. Лагранжево описание уравнения Навье-Стокса для сжимаемых жидкостей в терминах производных в среднем.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем теоретических вопросов и предлагается ответить на данные вопросы. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться литературой и конспектом лекций, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

### **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Методы нелинейного анализа в задачах гидродинамики» проводится в форме экзамена. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины.



Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты контрольной работы и учитывается выставленная преподавателем оценка за работу в ходе практических занятий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по контрольной работе и положительная оценка работы в ходе обучения по практике, то оценка по экзамену выставляется как среднее арифметическое данных оценок с округлением до десятых долей по математическим правилам. Если обучающийся не имеет положительной оценки контрольной работе или практике, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

**Примерный перечень вопросов:**

1	Плоский $n$ -мерный тор
2	Пространства Соболева на торе. Группа соболевских диффеоморфизмов тора.
3	Механическая связь $\beta$ . Подгруппа диффеоморфизмов сохраняющих объем.
4	Правоинвариантные векторные поля и операторы на группе диффеоморфизмов.
5	Операторы $A, B, Q$ . Связь с правоинвариантными полями. Винеровский процесс на группе диффеоморфизмов
6	Условное математическое ожидание. Производные в среднем
7	Основная идея использования производных в среднем в вязкой гидродинамике
8	Лагранжева система пылевидной материи
9	Лагранжева система идеальной баротропной жидкости
10	Лагранжева система идеальной несжимаемой жидкости
11	Лагранжево описание уравнения Бюргерса в терминах производных в среднем
12	Лагранжево описание уравнения Рейнольдса в терминах производных в среднем
13	Лагранжево описание уравнения Навье-Стокса для сжимаемых жидкостей в терминах производных в среднем

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Полный и правильный ответ на оба вопроса билета.	Отлично
Неточности в ответе на вопросы билета.	Хорошо
Существенные недочеты в ответе на вопросы билета.	Удовлетворительно
Полностью не раскрыт, по крайней мере, один вопрос билета.	Неудовлетворительно

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 29.06.2021 г.